"Enfoque Práctico para la Estimación de Confiabilidad y Disponibilidad de Equipos, con base en Datos Genéricos y Opinión de Expertos"

Medardo Yañez, Karina Semeco
Reliability and Risk Management – R2M
Teléfonos: (58) 412-5292027, (58) 412-5292105, (521) 9933939830
Telefonos Oficina: (58)-261- 425286
E-mail: medardo.yanez@reliarisk.com , karina.semeco@reliarisk.com

Es sabido que las estimaciones y predicciones en general se basan en un "estado del conocimiento" asociado al estimador; y que este estado depende de lo que se denomina "conocimiento previo" o experiencia. La estadística tradicional es la ciencia de la "experiencia" y pudiéramos decir que es el arte de darle forma matemática a la experiencia. Las distribuciones de probabilidad nos permiten darle forma gráfica y asignarle una ecuación a nuestra experiencia. No obstante, un problema típico de nuestros días es la necesidad de hacer estimaciones sobre procesos o situaciones "nuevas" sobre las que no tenemos experiencia o historia; o si contamos con esta, no es suficiente para considerarla representativa. Cuando enfrentamos estos casos, instintiva o concientemente nos basamos en experiencias similares de "otros" que pueden servirnos como referencia; la filtramos y adecuamos a nuestra realidad (tropicalizamos) usando nuestro sentido común, y posteriormente estimamos y decidimos. Es importante destacar que casi nunca decidimos basados totalmente en la experiencia de otros; y tampoco lo hacemos basados solo en nuestro sentido común o experiencia propia. Lo más común es combinar ambas. Para hacer estas combinaciones, de forma estructurada y matemáticamente soportada, se utiliza una poderosa herramienta estadística llamada Teorema de Bayes.
Las estimaciones de confiabilidad y disponibilidad, figuras de mérito fundamentales para el análisis de equipos y sistemas, están sujetas a las mismas dificultades previamente mencionadas; es decir, en muchas ocasiones no se tiene información de fallas; o si se tiene es escasa o la misma proviene de equipos que aunque sean similares, están operando en condiciones diferentes y diversas (información heterogénea). Ante estas dificultades y la necesidad de hacer estimaciones más cercanas a la realidad, la industria se ha organizado y se ha colectado gran cantidad de información clasificada sobre fallas y reparaciones para todo tipo de equipos, que se ha almacenado en las llamados "bancos de datos de confiabilidad" o "bases de datos genéricos de fallas y reparaciones". Entre los mas famosos se encuentran OREDA, PARLOC, WELL MASTER, IEEE etc.
A pesar de este esfuerzo, esta valiosa información no se usa extensivamente; en algunos casos porque no se conoce su existencia; pero en la mayoría de los casos, por no saber como usarla, en una forma estadísticamente correcta.
El Teorema de Bayes, es el vehículo estadístico que permite aprovechar esta información "genérica" y la "opinión de expertos", para mejorar las estimaciones de confiabilidad y disponibilidad en los casos de información escasa o poco representativa. En este documento se describe con detalle el procedimiento para hacer estas estimaciones, incluyendo la revisión de las ventajas y limitaciones de las mismas.

Palabras claves: Confiabilidad, Disponibilidad, Estimación, Datos Genéricos, Experiencia, Conocimiento Previo, Tasa de Fallas, OREDA , Bases de Datos.

1. El teorema de Bayes

El teorema de Bayes es una poderosa herramienta estadística tradicionalmente utilizada para tratar probabilidades condicionales; no obstante, en los últimos 20 años su utilización se ha centrado en un área de gran utilidad y auge; actualización del conocimiento.
Es sabido que las estimaciones y predicciones en general se basan en un "estado del conocimiento" asociado al estimador; y este estado depende de lo que se denomina "conocimiento previo" o experiencia.
La estadística tradicional es la ciencia de la "experiencia" y pudiéramos decir que es el arte de darle forma matemática a la experiencia. Las distribuciones de probabilidad nos permiten darle forma grafica y asignarle una ecuación a nuestra experiencia.

Sin embargo; un problema típico de nuestros días es que necesitamos hacer estimaciones sobre procesos o situaciones "nuevas" sobre las que o no tenemos experiencia o historia, o si la tenemos, la misma es escasa o insuficiente. En estos casos, nos basamos en experiencias similares de "otros" que pueden servirnos como referencia, la filtramos y adecuamos a nuestra realidad (tropicalizamos) usando nuestro sentido común, y posteriormente estimamos y decidimos. Es importante destacar que casi nunca decidimos basados totalmente en la experiencia de otros; y tampoco lo hacemos basados solo en nuestro sentido común o experiencia propia. Lo más común es combinar ambas.
La Estadística Bayesiana; a través del Teorema de Bayes nos permite hacer estas combinaciones, de forma estructurada y matemáticamente soportada.
El teorema permite tratar a la experiencia de otros como "Conocimiento previo (prior knowledge)"; normalmente representado por una distribución de

probabilidades; y a nuestra experiencia (datos propios) o sentido común (opinión de expertos) como "evidencia (Evidence)".
Ambas son combinadas matemáticamente obteniendo una distribución de probabilidades modificada conocida como "conocimiento posterior, mejorado o actualizado (Posterior Knowledge).

2.1. Formulación Matemática del Teorema de Bayes.

Aunque no es intención de este documento el profundizar en la deducción del mencionado teorema, resumiremos de forma muy breve su formulación matemática. La deducción del teorema esta ampliamente documentada en las referencias [1],[2],[3] ,[4] .

El teorema de Bayes se basa en el concepto de probabilidad condicional que permite re-estimar la probabilidad de ocurrencia del evento "A", dado que se tiene un conocimiento previo de esta probabilidad; pero se ha recibido nueva evidencia "E". El Teorema de Bayes se expresa matemáticamente según la ecuación (1).

$$Pr(A|E) = \frac{Pr(A) * Pr(E|A)}{Pr(E)} \qquad (1)$$

Para el caso de "variables aleatorias dependientes" el Teorema de Bayes debe escribirse en términos de distribuciones de probabilidad.

Para ilustrar esta aplicación, analicemos una variable aleatorias X; que puede tomar diversos valores x_i y que depende de un parámetro λ que es también una variable aleatoria y puede tomar diversos valores λ_j $(\lambda_1;\lambda_2;\lambda_3;\ldots\lambda_m)$.
En el enfoque de estadística tradicional, los parámetros de las distribuciones se asumen valores "únicos" que pueden calcularse desde los datos de la muestra. Pero en muchas ocasiones; los datos de la muestra no son suficientes para un cálculo "representativo" de los parámetros. En estos casos, de evidencia escasa o inexistente, la estadística bayesiana provee una vía para la estimación de parámetros.
En el enfoque bayesiano un parámetro *"λ"* es visto como una variable aleatoria a la que se le asigna una distribución "a priori" $g(\lambda)$, que se infiere del conocimiento previo que se tiene respecto al comportamiento del parámetro. Luego, cuando se obtiene una evidencia muestral de tamaño *"n"* de la variable X, es decir un conjunto de observaciones $x_1,x_2,x_3\ldots x_n$, la distribución "a priori" $g(\lambda)$, es modificada a la luz de esta evidencia muestral y surge una distribución "a posteriori" $f(\lambda/X)$, que representa el conocimiento mejorado sobre el comportamiento real del mencionado parámetro *"λ"*. Es consecuencia, es esta distribución a posteriori $f(\lambda/X)$, la que se emplea para formular inferencias con respecto al parámetro "λ".

La ecuación "1" se modifica para estos casos tomando la forma que se expresa en la ecuación "2"

$$f(\lambda / X) = \frac{L(X|\lambda)g(\lambda)}{\int_{-\infty}^{\infty} L(X|\lambda)g(\lambda)d\lambda} \qquad (2)$$

donde:

- $L(X/\lambda)$: representa la llamada función de verosimilitud o función de probabilidad de la evidencia o muestra. La evidencia muestral está constituida por un número *"n"* de observaciones o realizaciones $(x_1,x_2,x_3\ldots x_n)$ de la variable X. La referencias [4,[5] proveen excelente información para la construcción de la función de verosimilitud (likelihood function).
- $g(\lambda)$: es la distribución de probabilidad previa (prior distribution) que representa el conocimiento previo que se tiene del comportamiento del parámetro *"λ"*, sin tomar en cuenta la evidencia muestral
- $f(\lambda/X)$: es la nueva distribución de probabilidad o distribución posterior del parámetro *"λ"*, (posterior distribution), mejorada o actualizada a la luz de la evidencia muestral.

El enfoque bayesiano para la estimación de parámetros ha sido favorecido por muchos especialistas, en forma especial en aquellas situaciones en las que un parámetro no puede considerarse, en forma real, como una cantidad fija (variable dispersa) y en situaciones en las que la evidencia muestral es nula o el tamaño de muestra no es representativo.

2.2. Utilización del teorema de Bayes para la estimación de Confiabilidad y Disponibilidad de Equipos y Sistemas.

2.2.1 Generalidades

En la sección anterior se destaco que el Teorema de Bayes es un método alternativo para la estimación de parámetros de distribuciones de probabilidad en casos de muestras heterogéneas y en situaciones de evidencia muestral nula o tamaños de muestra no representativos. En esta sección; se explicara como usar el mencionado teorema, para la estimación de los parámetros de la distribución de probabilidad del tiempo para la falla. La estimación de confiabilidad y disponibilidad de equipos implica el análisis de la variable aleatoria "tiempo para la falla" y la estimación del parámetro tasa de fallas (λ). Esto resulta evidente si se analizan las ecuaciones para el cálculo de ambas figuras de mérito, tal como se muestran a continuación:

Confiabilidad: $$C(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \qquad (5)$$

Disponibilidad: $$D(t) = \frac{\mu(t)}{\mu(t) + \lambda(t)} \quad (6)$$

donde $\mu(t)$: tasa de reparación y $\lambda(t)$: tasa de fallas.

Para equipos cuyos "tiempos para la falla" siguen o se ajustan a una distribución exponencial, puede decirse que la tasa de fallas es una constante; es decir , $\lambda(t)=\lambda$. *En este caso,*las ecuaciones "5" y "6" se transforma en:

Confiabilidad: $$C(t) = e^{-\lambda.t} \quad (7)$$

Disponibilidad: $$D(t) = \frac{\mu(t)}{\mu(t) + \lambda} \quad (8)$$

En este punto vale la pena hacer énfasis en lo siguiente: *asumir tiempos para la falla exponencialmente distribuidos o, lo que es lo mismo, asumir una tasa de fallas constante, es razonable cuando el análisis se hace a nivel de "equipos"; y no lo es, cuando se hace a nivel de componentes.* Por ejemplo; consideremos un tipo de equipo que tiene 5 componentes internos; cada uno de los cuales, al fallar produce la falla o parada del equipo. Si observamos por un largo período de tiempo una población de este tipo de equipos; con alta probabilidad encontraremos lo siguiente:

- Al analizar los tiempos para la falla de la población de equipos, discriminando por componente que produjo la falla, encontraremos que los tiempos para la falla por tipo de componentes tienden mayoritariamente a seguir distribuciones como Weibull, Gamma, Lognormal y Beta entre otras
- Si analizamos todos los tiempos para la falla para la población de equipos, sin discriminar por el componente que causo la falla, encontraremos que los tiempos para la falla, en la gran mayoría de los casos, siguen la distribución exponencial;, es decir, la tasa de falla es constante. [2],[4],[10]

Lo expuesto refuerza la validez de las ecuaciones "7" y "8" para la estimación de la confiabilidad y la disponibilidad a nivel de equipos; y en consecuencia refuerza la importancia del cálculo del parámetro tasa de fallas (λ).

2.2.3 Estimación de la tasa de fallas utilizando el Teorema de Bayes

La ecuación (2), mostrada en la sección 2.1, nos dice que para estimar la mencionada tasa de fallas *(λ)*, en casos donde la evidencia o muestra es nula o no es representativa; se requiere hallar la distribución posterior o actualizada de la tasa de fallas *"$f(\lambda/X)$".* Para ello es necesario por una parte definir una distribución "previa" de la tasa de fallas *$g(\lambda)$* (Conocimiento Previo) y por la otra, construir la función de verosimilitud o probabilidad de la evidencia *$L(X/\lambda)$.* Este procedimiento de cálculo es generalmente conocido como "actualización de la tasa de fallas".

Dos preguntas son obvias en este procedimiento:

- Qué es conocimiento previo y cómo se determina la "distribución previa" de la tasa de la fallas *$g(\lambda)$*?
- Como construimos la función de verosimilitud *$L(X/\lambda)$*?

2.2.3.1. Conocimiento previo y determinación de la "distribución previa" de la tasa de la fallas $g(\lambda)$?

El conocimiento previo (prior knowledge) esta representado por el cúmulo de información que poseemos de la variable de interés; en este caso la tasa de fallas *(λ)*; antes de recibir la evidencia. Normalmente; este conocimiento previo; se basa en la observación y experiencia con equipos similares en operación (equipos similares al equipo al que le queremos estimar la tasa de fallas). Estas observaciones, normalmente no nos permiten inferir un valor único de la tasa de fallas; en su lugar, en la mayoría de los casos lo mejor que podemos hacer es inferir un rango; es decir puede determinarse que la tasa de fallas varia desde un valor mínimo *(λ_{MIN})* hasta un valor máximo *(λ_{MAX}).* En otros casos, un número de observaciones un poco mayor, nos permite expresar nuestro conocimiento de la tasa de fallas con tres valores; un valor mínimo *(λ_{MIN}), un valor medio o mas probable (λ_{MEDIO})* y un valor máximo *(λ_{MAX})*. En contadas ocasiones pueden reunirse una buena cantidad de observaciones de equipos similares operando en condiciones similares en sistemas similares, que permiten ya no tres valores sino un "set" completo de valores de la tasa de fallas *(λ).* En conclusión, este conocimiento previo es casi siempre un conocimiento disperso. Sin embargo; sea un rango; sean tres valores o sean múltiples valores; existen métodos para procesar cada tipo de información y transformarla en una distribución de probabilidades a la que se le conoce como distribución previa de la tasa de fallas *$g(\lambda)$*. A continuación se explican estos métodos.

2.2.3.1.1 Métodos para construir la "distribución previa" de la tasa de la fallas $g(\lambda)$ a partir de diversos tipos de información.

A continuación se detallan los métodos para la construcción de fallas *$g(\lambda)$* a partir de diversos tipos de información. En las referencias [3],[5],[13] estos métodos se documentan ampliamente.

2.2.3.1.1.1.Construcción de la distribución previa $g(\lambda)$ a partir de un rango [λ_{MIN} ,λ_{MAX}].

Como se mencionó previamente; en ocasiones la mejor información que tenemos sobre la tasa de fallas de un equipo, es un rango; es decir, sabemos que la tasa de fallas para ese tipo de equipos varía

desde un mínimo "λ_{MIN}" hasta un valor máximo "λ_{MAX}". Para convertir este "tipo" de información o conocimiento previo en la distribución previa *g(l)*; debe seguirse el siguiente procedimiento:

Paso 1: Asuma que la tasa de fallas se distribuye lognormalmente y que los valores λ_{MIN} y λ_{MAX} corresponden a los percentiles 5% y 95% de dicha distribución. Esta asunción esta sustentada en la experiencia que demuestra que en la mayoría de los casos la variable random "tasa de fallas" se distribuye lognormalmente. Las referencias [5],[13] documentan suficientemente esta asunción.

$$\lambda_{5\%} = \lambda_{MIN}$$

$$\lambda_{95\%} = \lambda_{MAX}$$

Paso *2:* Aprovechando las propiedades de la distribución Lognormal; aplique las siguientes ecuaciones:

$$\lambda_{50\%} = \sqrt{\lambda_{5\%}.\lambda_{95\%}} = \sqrt{\lambda_{MIN}.\lambda_{MAX}} \qquad (9)$$

$$EF = \frac{\lambda_{95\%}}{\lambda_{50\%}} = \frac{\lambda_{MAX}}{\sqrt{\lambda_{MIN}.\lambda_{MAX}}} \qquad (10)$$

Paso 3: Calcule la media logarítmica (μt_λ) y la desviación estándar logarítmica (σt_λ); utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\mu t_\lambda = ln(\lambda_{50\%}) \Rightarrow \mu t_\lambda = ln(\sqrt{\lambda_{MIN}.\lambda_{MAX}}) \qquad (11)$$

$$\sigma t_\lambda = \frac{EF}{1.695} = \frac{ln\left(\frac{\lambda_{MAX}}{\sqrt{\lambda_{MIN}.\lambda_{MAX}}}\right)}{1.695} \qquad (12)$$

Paso 4: Con la media y la desviación estándar ya definidas; la distribución lognormal esta perfectamente definida; y se asume como distribución previa de la tasa de fallas:

$$g(\lambda) = \frac{1}{\sigma t_\lambda.\lambda.\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{ln(\lambda)-\mu t_\lambda}{\sigma t_\lambda}\right)^2} \qquad (13)$$

Sustituyendo (11) y (12) en (13); tenemos la ecuación (14).

La ecuación (14) es la expresión matemática de la distribución previa de la tasa de fallas; expresada en función de los valores *[λ_{MIN},λ_{MAX}].*

$$g(\lambda) = \frac{1.695}{ln\left(\frac{\lambda_{MAX}}{\sqrt{\lambda_{MIN}.\lambda_{MAX}}}\right).\lambda.\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{ln(\lambda)-\left(ln(\sqrt{\lambda_{MIN}.\lambda_{MAX}})\right)}{\frac{ln\left(\frac{\lambda_{MAX}}{\sqrt{\lambda_{MIN}.\lambda_{MAX}}}\right)}{1.695}}\right)^2}$$

(14)

Ejemplo 1:

La experiencia de un veterano ingeniero con bombas electrosumergibles, que operan en campos de producción de crudo le permite asegurar que el mínimo valor esperado de la tasa de fallas para una población de bombas es de 0.005 años^{-1} y que el máximo valor es de 0.05 años^{-1}. Con esta información construir la distribución previa *g(λ)* de la tasa de fallas para una población de bombas electrosumergibles similares.

Siguiendo el procedimiento previamente descrito, tenemos:

$$\lambda_{5\%} = \lambda_{MIN} = 0.005$$

$$\lambda_{95\%} = \lambda_{MAX} = 0.05$$

$$\lambda_{50\%} = \sqrt{\lambda_{5\%}.\lambda_{95\%}} = \sqrt{0.005x0.05} = 0.016$$

$$EF = \frac{\lambda_{95\%}}{\lambda_{50\%}} = \frac{0.05}{0.016} = 3.162$$

$$\mu t_\lambda = ln(\lambda_{50\%}) \Rightarrow \mu t_\lambda = ln(0.005) = -4.147$$

$$\sigma t_\lambda = \frac{ln(EF)}{1.695} = \frac{ln(3.162)}{1.695} = 0.679$$

Sustituyendo los valores de media logarítmica y desviación estándar logarítmica en la ecuación (13), tenemos la ecuación de la distribución previa de la tasa de fallas de las bombas electrosumergibles (ecuación 15); cuyo gráfico se muestra en la Figura 1

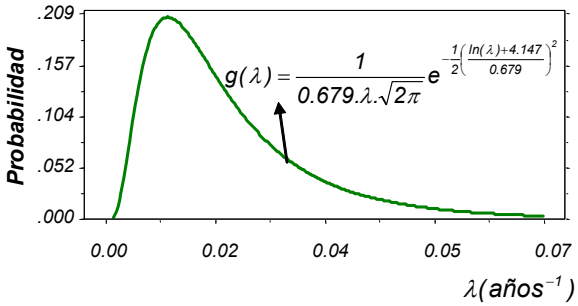


Figura 1: *Distribución previa g(λ) de la tasa de fallas para Bombas Electrosumergibles.*

2.2.3.1.1.2.Construcción de la distribución previa g(λ) a partir de tres valores [λ_{MIN} ,λ_{MEDIO} ,λ_{MAX}].

Algunas veces, la información o conocimiento previo sobre la tasa de fallas es algo mas completa que la discutida en el ponto 2.2.1.1.1; es decir, no tenemos solo los valores extremos *[λ_{MIN}, λ_{MAX}]* del posible rango de variación de la tasa de fallas sino que además tenemos un valor intermedio o valor mas probable *[λ_{MEDIO}].* En otra palabras, nuestro conocimiento previo de la tasa de fallas se resume en tres valores *[λ_{MIN} ,λ_{MEDIO} ,λ_{MAX}].* Para convertir este "tipo" de información o conocimiento previo en la distribución previa *g(λ)*; debe seguirse el siguiente procedimiento:

Paso 1: Asuma que la tasa de fallas se distribuye lognormalmente [5],[13] y que los valores λ_{MEDIO} *y* λ_{MAXIMO} corresponden a los percentiles 50% y 95% de dicha distribución.

$$\lambda_{50\%} = \lambda_{MEDIO}$$

$$\lambda_{95\%} = \lambda_{MAX}$$

Paso *2:* Aprovechando las propiedades de la distribución Lognormal; aplique las siguientes ecuaciones:

$$\lambda_{50\%} = \lambda_{MEDIO} \qquad (16)$$

$$EF = \frac{\lambda_{95\%}}{\lambda_{50\%}} = \frac{\lambda_{MAX}}{\lambda_{MEDIO}} \qquad (17)$$

Paso 3: Calcule la media logarítmica (μt_λ) y la desviación estándar logarítmica (σt_λ); utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\mu t_\lambda = ln(\lambda_{50\%}) \Rightarrow \mu t_\lambda = ln(\lambda_{MEDIO}) \qquad (18)$$

$$\sigma t_\lambda = \frac{EF}{1.695} = \frac{ln\left(\frac{\lambda_{MAX}}{\lambda_{MEDIO}}\right)}{1.695} \qquad (19)$$

Paso 4: Con la media y la desviación estándar ya definidas; la distribución lognormal esta perfectamente definida; y se asume como distribución previa de la tasa de fallas:

Sustituyendo (18) y (19) en (13); tenemos la ecuación 20.

La ecuación (20) es la expresión matemática de la distribución previa de la tasa de fallas; expresada en función de los valores "λ_{MEDIO}" *y* "λ_{MAX}".

$$g(\lambda) = \frac{1.695}{ln\left(\frac{\lambda_{MAX}}{\lambda_{MEDIO}}\right).\lambda.\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{ln(\lambda)-\left(ln(\sqrt{\lambda_{MIN}.\lambda_{MAX}})\right)}{\frac{ln\left(\frac{\lambda_{MAX}}{\lambda_{MEDIO}}\right)}{1.695}}\right)^2}$$

(20)

NOTA: puede seguirse un procedimiento equivalente utilizando "λ_{MEDIO}" *y* "λ_{MIN}", no obstante se usa con mas frecuencia el par "λ_{MEDIO}" *y* "λ_{MAX}".

2.2.3.1.1.3.Construcción de la distribución previa g(λ) a partir de un "set" de "m" valores λ_i (λ_1, λ_2, λ_3,… λ_m)

La estadística descriptiva provee los métodos para construir la distribución previa de la tasa de fallas *g(λ)* a partir de un set de "m" observaciones o realizaciones de λ_i *(λ_1, λ_2, λ_3,… λ_m)*. Este método se conoce como "caracterización probabilística de variables aleatorias"o simplemente como "selección del mejor ajuste". En esta sección no pretendemos explicar con detalle este procedimiento; ya que el mismo esta ampliamente documentado en la literatura. [2],[4],[10],[12]. A continuación haremos un breve resumen de la metodología para seleccionar el modelo de distribución de probabilidad que mejor se ajusta al set de datos de la muestra

El paso 1**,** consiste en plantear las hipótesis de las distribuciones paramétricas que podrían hacer un buen ajuste con los datos de la muestra λ_i *(λ_1, λ_2, λ_3,… λ_m).*

El paso 2, es calcular los parámetros de cada una de las distribuciones hipótesis con los datos de la muestra.

El paso 3 consiste en realizar alguna de las pruebas estadísticas de bondad de ajuste. (Chi Cuadrado, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling) [2],[4],[10],[12]. Esto se descompone en:

- Graficar cada una de las curvas de las distribuciones hipótesis teóricas obtenida con los parámetros estimados en el paso anterior, contra el histograma de los datos de la muestra.
- Calcular para cada distribución hipótesis el valor llamado "valor del test" y compararlo contra el valor llamado "valor crítico".
- Si el valor del test es menor que el valor crítico entonces la distribución hipotética se considera un buen ajuste y la hipótesis no es rechazada. Si por el contrario, el valor del test es mayor que el valor crítico, la hipótesis se rechaza.

El paso 4 es seleccionar entre las distribuciones hipotéticas no rechazadas, aquella que tenga el valor del test más bajo.

Si bien es cierto que siempre debe hacerse la selección del mejor ajuste para la muestra de datos de la tasa de fallas; también es cierto que en la gran mayoría de los casos, los modelos selccionados se resumen en 2 posibilidades; Distribución Lognormal o Distribución Gamma. Los modelos matemáticos de ambos tipos de distribución se muestran en las ecuaciones (21) y (22) respectivamente.

Tasa de Fallas con comportamiento Lognormal:

$$g(\lambda) = \frac{1}{\sigma t_\lambda . \lambda . \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{ln(\lambda)-\mu t_\lambda}{\sigma t_\lambda}\right)^2} \quad (21)$$

Tasa de Fallas con comportamiento Gamma:

$$g(\lambda) = \frac{\beta^\alpha \lambda^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-\beta.\lambda} \quad (22)$$

Note que la Distribución Lognormal; esta expresada en función de sus parámetros media logarítmica (μt_λ) y la desviación estándar logarítmica (σt_λ); y en la Distribución Gamma, esta expresada en función de sus parámetros (α) y (β). Es conveniente expresar ambas distribuciones en función de 2 parámetros comunes; estos son, la media y la desviación estandar de la muestra.

$\bar{\lambda} =$ Media de muestra

$DS_\lambda =$ Desviación Estándar de la muestra

Para el set de "m" observaciones o "muestra" de la tasa de fallas λ_i $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots \lambda_m)$. se tiene:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m} \lambda_i \quad (23)$$

$$DS_\lambda = \sqrt{\frac{1}{m-1}.\left(\sum_{i=1}^{m}\left(\lambda_i - \bar{\lambda}\right)^2\right)}. \quad (24)$$

Para el caso de la distribución Lognormal; las ecuaciones (25) y (26) relacionan sus parámetros media logarítmica (μt_λ) y la desviación estándar logarítmica (σt_λ); con la media de muestra $(\bar{\lambda})$ y la desviación estándar de la muestra (DS_λ).

$$\mu t_\lambda = ln\left(\frac{\bar{\lambda}}{\sqrt{1+\frac{DS_\lambda^{\,2}}{\bar{\lambda}^2}}}\right) \quad (25)$$

$$\sigma t_\lambda = \sqrt{ln\left(\sqrt{1+\frac{DS_\lambda^{\,2}}{\bar{\lambda}^2}}\right)} \quad (26)$$

De igual forma; para el caso de la distribución Gamma, las ecuaciones (27) y (28), relacionan sus parámetros (α) y (β) con la media de muestra $(\bar{\lambda})$ y la desviación estándar de la muestra (DS_λ).

$$\alpha = \frac{\bar{\lambda}^2}{DS_\lambda^{\,2}} \quad (27)$$

$$\beta = \frac{\bar{\lambda}}{DS_\lambda^{\,2}} \quad (28)$$

Las expresiones (25),(26),(27) y (28), permiten re-expresar la distribución Lognormal y la distribución Gamma (ecuación 22), en función de la media de muestra $(\bar{\lambda})$ y la desviación estándar de la muestra (DS_λ).

Las ecuaciones (21) y (22), representan las expresiones matemáticas mas utilizadas para representar la distribución previa *g(λ)* de la tasa de fallas.

2.2.3.1.2 Fuentes de información para construir la distribución previa g(λ)

Existen dos fuentes primarias de información para construir la distribución previa de la tasa de fallas *g(1)* ; estas fuentes son:

- Bancos de Datos Genéricos de Fallas y Reparaciones, colectados y organizados por centros de investigación, universidades y la industria de procesos. La virtud de esta información es su "robustez"; su debilidad es su "heterogeneidad".
- Opinión de Expertos.

A continuación se detallan ambas fuentes de información.

2.2.3.1.2.1 Bases de Datos Genéricos de Fallas y Reparaciones. (Generic Failure Data Bases)

Como ya se mencionó, existe una gran cantidad de bases de datos genéricas que contienen tasas de fallas y tiempos de reparación, para diferentes tipos de equipos. Algunos de los mas famosos bancos de este tipo de información son

- Off Shore Reliability Data – OREDA
- Pipeline and riser loss of containment database - PARLOC
- Electronic Parts Reliability Data (EPRD)
- Non-electronic Parts Reliability Data (NPRD)

- MIL-STD-217
- Reliability Prediction Procedure for Electronic Equipment (Bellcore), TR-332
- Handbook of Reliability Prediction Procedures for Mechanical Equipment, NSWC Standard 94/L07
- IEEE Std 493-1997 Gold Book
- Reliability of well completion equipment database – WELL MASTER

A continuación se hará una breve reseña de los bancos de información genérica mas importantes usados en la industria del gas y del petróleo.

2.2.3.1.2.1.1 Breve reseña de los mas importantes bancos de información genérica sobre tasas de fallas y reparación para la industria del gas y del petroleo.

OFFSHORE RELIABILITY DATA HANDBOOK (OREDA) 4ta. EDICION 2002.

El proyecto OREDA fue establecido en 1981 por el Directorado Noruego de Petróleo. El objetivo inicial fue recopilar datos de confiabilidad de equipos de seguridad. La organización actual, como un grupo cooperativo de varias empresas petroleras se estableció en 1983, y al mismo tiempo se extendió su alcance para cubrir datos de confiabilidad de un amplio rango de equipos usados en la exploración y producción de petróleo y gas. Los equipos de superficie y subacuaticos de instalaciones costa afuera son cubiertos primariamente, pero también se incluyen algunos equipos de E&P de instalaciones terrestres.
La 4ta. Edición "OREDA 2002" constituye la mas actualizada y robusta fuente de información sobre tasas de fallas por modo de falla y tiempos de reparación, para equipos utilizados en instalaciones costa-afuera en la industria.
OREDA 2002 cubre un amplio espectro de equipos rotatorios y recipientes a presión, entre los cuales se encuentran:

- Equipos Dinámicos: Compresores, Turbinas a Gas, Bombas, Motores de Combustión y Turbo Expansores.
- Equipos Eléctricos: Generadores y Motores Eléctricos
- Equipos Estáticos Intercambiadores de Temperatura, Recipientes, Calderas y quemadores
- Equipos de Control y Equipos de Seguridad: Detectores de Fuego y Gas, Sensores de Procesos y Válvulas
- Equipos Submarinos: Líneas de Flujo y de Gas, Múltiples de Distribución, Sistemas de Aislamiento Submarino, Risers, Cabezales de Pozos, etc

La información que se muestra para cada clase de equipo de superficie es la siguiente:

- Esquema de los límites de batería del equipo,
- Lista de modos de fallas
- Número de fallas por cada modo de falla
- Tiempo en operación o servicio
- Distribución de las tasas de falla por modo de falla
- Tiempo de reparación
- Tablas de Item Mantenible vs. Modo de falla, y Descriptor de Falla/Causa vs. Modo de falla.

La información presentada para equipos subacuáticos es similar a la lista mostrada para equipos de superficie.

PIPELINE AND RISER LOSS OF CONTAINMENT DATABASE - PARLOC 2001:

Este documento describe los estudios realizados para el United Kingdom Offshore Operators Association (UKOOA), el Institute of Petroleum (IP), y el UK Health and Safety Executive (HSE) en relación a la pérdida de contenimiento (fugas) de tuberías costa afuera que operan en el Mar del Norte. El objetivo principal de este estudio continuo es actualizar y mejorar la confianza en la información estadística disponible para analizar la frecuencia genérica de pérdida de contenimiento asociada a la operación de tuberías en el Mar del Norte. La información recopilada durante los estudios anteriores – PARLOC 90, 92, 94 y 96, ha sido actualizada y en esta versión se incluye la información recopilada hasta el final del año 2000. La cantidad total de tuberías, incluyendo de acero y flexibles, incluidas en la base de datos es 1.567 al final del año 2000. La longitud total instalada al final del año 2000 calculada a partir de la base de datos es de 24.837 Kms. equivalentes a 328.858 Km-años de experiencia operacional.
Los información que presenta este documento está discriminada según los factores que se determinaron como significativos al considerar la frecuencia de pérdida de contenimiento. Ellos son: A) Causa del incidente, B) Ubicación en la tubería C) Diámetro, D) Longitud; y E) Contenido. El estudio reconoce ciertas limitaciones. Si bien la base de datos está 99% completa en relación a información sobre diámetro, longitud, contenido y fecha de instalación; se reconoce que otra información como espesor de pared, condiciones de entierro y el tipo de acero de la tubería de elevación (riser) alcanza solamente un 70-90% de completación.

IEEE Std 493-1997 GOLD BOOK- RECOMMENDED PRACTICE FOR THE DESIGN OF RELIABLE INDUSTRIAL AND COMMERCIAL POWER SYSTEMS

El IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.) y sus predecesores la AIEE (American Institute of Electrical Engineers) y la IRE (Institute of Radio Engineers) disponen de esta

amplia base de datos genérica de distribuciones de probabilidad de las tasas de falla, por modos de fallas y tiempos entre fallas de equipos eléctricos, electrónicos y de instrumentación al igual que un centenar de publicaciones útiles para estudios de confiabilidad. Estas publicaciones son estándares en la industria eléctrica y electrónica y sirven de fuente para la predicción de fallas y la estimación de confiabilidad.

WELLMASTER - RELIABILITY OF WELL COMPLETION EQUIPMENT DATABASE

El objetivo del proyecto WellMaster es proveer información para la mejora continua de la confiabilidad de las completaciones de pozo a través de la recopilación, análisis y clasificación de datos de confiabilidad de equipos de completación de pozos. El proyecto iniciado por SINTEF, se ha desarrollado en 5 fases: I (1990 - 1992), II (Sep 1993 – Ene 1996), III (1997 – Nov 1999), IV (Abr 2000 – Oct 2002), en esta fase se produce el traspaso del proyecto a la empresa EXPROSOFT, la cual lo administra actualmente; y V (Dic 2002 – presente).

Las categorías de equipos cubiertos son:

- Elementos de la sarta de completación (colgadores, tuberías, válvulas de seguridad, niples, empaques, etc.).
- Elementos insertados (instalados/empujados a través de la tubería), Cables y líneas de control, Tubo revestidor y secciones de agujero abierto.
- Elementos de cabezal de pozo (incluyendo "árbol de navidad").

Entre las ventajas de esta base de datos electrónica se tienen:

- Completo archivo electrónico de pozos con información en detalle de cada completación
- Cumplimiento de estándar ISO 14221
- Información detallada sobre tiempo promedio para la falla (TPPF) y de la tasa de fallas por modo de fallas (incluyendo límites de confidencia del 90%)
- Distribuciones del tiempo operativo

2.2.3.1.2.1.2. Formatos de presentación de la información sobre tasas de fallas en las bases de datos genéricas

En la tabla siguiente se resume el formato en que se presenta la información sobre tasas de falla en algunas de las mas famosas bases de datos de información genérica. Adicionalmente; se refieren los métodos a utilizar para construir la distribución previa de la tasa de fallas, previamente descritos en la sección 2.2.31.1

Tabla 1. Información Previa de Tasa de Fallas

Base de Datos Genérica de Tasas de Fallas (l)	Distribución Probabilística de la Tasas de Fallas (l) (Distribución Previa $g(l)$)	Formato de Presentación de la información	Metodo para Construir la Distribución Previa $g(l)$
OREDA	Gamma	m_l , s_l , $l_{5\%}$, $l_{95\%}$	Ver punto 2.2.3.1.1.3
PARLOC	LogNormal	$l_{5\%}$, $l_{50\%}$, $l_{95\%}$	Ver punto 2.2.3.1.1.2
WELL MASTER	LogNormal	$l_{5\%}$, $l_{95\%}$	Ver punto 2.2.3.1.1.1
IEEE	LogNormal	$l_{5\%}$, $l_{95\%}$	Ver punto 2.2.3.1.1.2
SINTEF	LogNormal	$l_{5\%}$, $l_{95\%}$	Ver punto 2.2.3.1.1.3

Donde:

μ_λ	*Media de la Distribución de la tasa se fallas*
σ_λ	*Desviación Estandar de la Distribución de la tasa de fallas*
$\lambda_{5\%}$	*Percentil %5 de la Distribución de la tasa se fallas*
$\lambda_{50\%}$	*Percentil 50% de la Distribución de la tasa se fallas*
$\lambda_{95\%}$	*Percentil 95% de la Distribución de la tasa se fallas*

2.2.3.1.2.1.3 Representatividad de las tasas de fallas de bancos genéricos

Como se mencionó en la sección previa, la mayoría de las bases de datos genéricas presentan la información de tasas de fallas de los equipos, discriminada por modo de fallas. En otras palabras; estas bases de datos nos entregan una distribución de probabilidades de la tasa de ocurrencia de cada modo de fallas; en consecuencia se sobreentiende por teoría de sistemas [2],[3],[4],[5],[10] que la distribución de la tasa de fallas del equipo, es la suma de las distribuciones de las tasas de ocurrencia de los distintos modos de falla. Esto se expresa en la ecuación (30).

$$\lambda_{PREVIA-EQUIPO} = \lambda_{MF_1} + \lambda_{MF_2} + \lambda_{MF_3} + \ldots.. + \lambda_{MF_Z}$$

$$\lambda_{PREVIA-EQUIPO} = \sum_{i=1}^{Z} \lambda_{MF_i} \qquad (30)$$

Donde "λ_{MFi} *" es la tasa de ocurrencia del modo de falla "i"; para i desde 1 hasta Z*

Cuando se va a seleccionar la distribución previa de la tasa de fallas de un equipo usando una de estas bases de datos; cabe preguntarse lo siguiente:

Son posibles en el contexto operacional que analizamos todos los modos de falla "i" (para i desde 1 hasta Z), considerados en la base de datos?.

Muy posiblemente nos daremos cuenta que no todos estos modos de falla considerados en la información genérica aplican; y en consecuencia, no debemos tomar todos los términos de la ecuación (30) en nuestra sumatoria; sino aquellos que realmente apliquen, a los que llamaremos "relevantes". La figura 2 ilustra el comentario anterior.

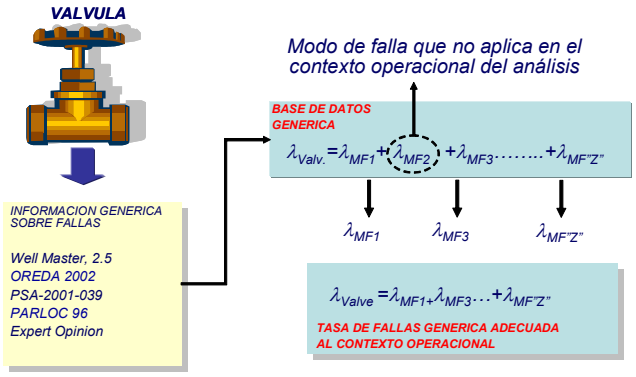


Figura 2: *Adecuacion de la Tasa de Fallas Generica al contexto operacional bajo análisis*

Las razones para no considerar algunos de los modos de falla que están en las bases de datos genéricas son múltiples; pero pueden resumirse en dos; estas son:

- Un análisis de los mecanismos de deterioro posibles en el entorno operacional bajo análisis descartan la posibilidad de ocurrencia de alguno de estos modos de falla.
- Se han implantado acciones de mantenimiento, inspección o rediseño del proceso, que apuntan a "erradicar" la ocurrencia de determinados modos de falla. Esto último es muy importante cuando se estiman tasas de fallas a equipos a los que se les han hecho estudios de Mantenimiento Centrado en Confiabilidad (MCC) o Inspección Basada en Riesgos (IBR), de los cuales resultan planes de inspección y mantenimiento rediseñados, que atacan los modos de falla que realmente ocurren en un entorno operacional. Lo anterior se explica en la figura 3.

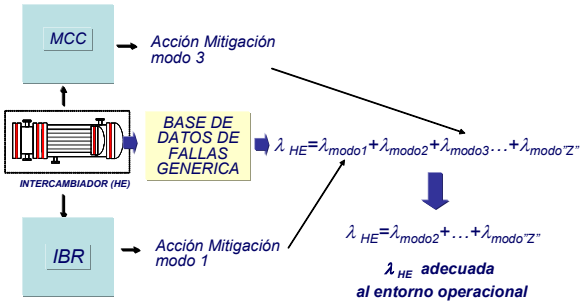


Figura 3: *Adecuación de la tasa de fallas genérica tomando en cuenta planes de mantenimiento e inspección*

Una vez eliminados los modos de falla que no aplican en el contexto operacional bajo análisis, la ecuación (30) se transforma en la ecuación (31).

$$\lambda_{PREVIA-EQUIPO} = \lambda_{GENERICA} = \sum_{i=1}^{W} \lambda_{MFR_i} \qquad (31)$$

Donde "λ_{MFRi} " es la tasa de ocurrencia de cada modo de falla relevante "i"; para i desde 1 hasta W. "W" es el total de modos de fallas que aplican o son relevantes en el contexto operacional bajo análisis. Para obtener una distribución representativa de la realidad operacional bajo análisis es importante construir la distribución previa de la tasa de falla considerando solo los modos de falla relevantes.

Como punto adicional, es importante recordar, que cada "λ_{MFRi}" es en realidad una distribución de probabilidades (mayormente Lognormal o Gamma; como se explicó en la sección 2.2.1.2.1.2; y en consecuencia, la ecuación (31) es en realidad una sumatoria de distribuciones; que dará como resultado una distribución de probabilidades de la tasa de fallas del equipo. Para realizar esta operación matemática, es necesario hacerlo con Simulación de Montecarlo [2],[4],[10]., o utilizando el Método de los Momentos [2],[4],[10]. Este último nos permite obtener la media ($\mu\lambda_{PREVIA-EQUIPO}$) y la desviación estandar ($\sigma\lambda_{PREVIA-EQUIPO}$) de la distribución de probabilidades previa de la tasa de fallas del equipo. Esto se expresa en las expresiones (32) y (33).

$$\mu\lambda_{PREVIA-EQUIPO} = \mu\lambda_{GENERICA} = \sum_{i=1}^{W} \mu\lambda_{MFR_i} \qquad (32)$$

$$\sigma\lambda_{PREVIA-EQUIPO} = \sigma\lambda_{GENERICA} = \sqrt{\sum_{i=1}^{W} (\sigma\lambda_{MFR_i})^2} \qquad (33)$$

donde:

$\mu\lambda_{MFRi}$= Media de la distribución de la tasa de ocurrencia del modo de falla relevante "i".
$\sigma\lambda_{MFRi}$= Desviación Estandar de la distribución de la tasa de ocurrencia del modo de falla relevante "i".

2.2.3.1.2.2 Opinión de Expertos

La opinión de expertos es la otra fuente de información o conocimiento previo para la estimación de la tasa de fallas.

La estimación de un experto, sobre los probables valores de una variable aleatoria "X", suele expresarse en base a tres valores: valor mínimo, valor más probable y valor máximo; es decir:

Mínimo valor posible de la variable =x_{min}
Valor mas probable de la variable = x_{mprob}
Máximo valor posible de la variable =x_{max}

En el caso que nos ocupa; la variable aleatoria de interés es la tasa de fallas (λ); por lo que la opinión del experto debe ser expresada en el siguiente formato

Mínimo valor posible de la tasa =λ_{MIN}

Valor medio de la tasa = λ_{MEDIO}
Máximo valor posible de la tasa =λ_{MAX}

A partir de ésta información; podemos construir la distribución previa de tasa de fallas *g(λ)* siguiendo los pasos descritos en los puntos 2.2.3.1.1.1 y 2.2.3.1.1.2.

2.2.3.2. Evidencia y construcción de la función de verosimilitud L(t/λ).

La evidencia; para la estimación de tasas de falla; esta constituida por información propia del sistema bajo análisis de tiempos de operación entre fallas sucesivas (tiempos de falla) y tiempos de Operación desde la última falla (tiempos censados). La fortaleza de la "evidencia" es su representatividad de la "realidad" y su debilidad es que probablemente "sean muy pocos datos para hacer inferencias estadísticas válidas con estos datos por si solos" (información estadísticamente poco robusta).

Como se mencionó previamente en este documento;

" *para estimar la tasa de fallas (λ), en casos donde la evidencia o muestra es nula o muy poca para ser representativa; se requiere hallar la distribución posterior o actualizada de la tasa de fallas "f(λ/X)" mediante el Teorema de Bayes. Para ello es necesario por una parte definir una distribución "previa" de la tasa de fallas g(λ) (Conocimiento Previo) y por la otra, construir la función de verosimilitud o probabilidad de la evidencia L(X/λ) "*

En la sección 2.2.1 se describe ampliamente como definir y construir la distribución previa de la tasa de fallas *g(λ)* ; en esta sección; se describirá con detalle como construir la función de verosimilitud; a partir de la evidencia.

Considere una población de equipos de la cual se ha recolectado una muestra de N valores donde r son los tiempos de operación entre fallas de los equipos *(t_1, t_2, .. t_r)* y *N-r* son tiempos de operación de los equipos desde la última falla *(tc_1, tc_2,… tc_n)* . Llamaremos "*r*" al número de fallas observadas en ;a muestra de tamaño *"N"*; y llamaremos "*T*" al tiempo total de operación acumulado por la población de equipos:

$$T = \sum_{i=1}^{r} t_i + \sum_{j=1}^{N-r} tc_j \qquad (34)$$

Para este tipo de evidencias; de manera genérica la función de verosimilitud tiene la siguiente forma:

$$L(t/\lambda) = \prod_{i=1}^{r} f(t_i,\lambda) * \prod_{j=1}^{N-r} C(tc_j,\lambda) \qquad (35)$$

Donde:

r = Número de equipos fallas observadas en la población de equipos.
t_i = Tiempos de falla
N-r = Número de datos censados o equipos no fallados
tc_j = Tiempos de operación de equipos desde su última falla (datos censados)
λ = Parámetro de la distribución de probabilidad de la variable "tiempo para la falla"
$f(t_i,\lambda)$= Función de densidad de Probabilidad; con parámetro λ y evaluada en el valor t_i
$C(tc_j,\lambda)$= Función de Confiabilidad, con parámetro λ; evaluada en el valor tc_j

Basados en las consideraciones expresadas en la sección 2.2.1, asumiremos que los tiempos de operación entre fallas y los tiempos censados que forman la evidencia siguen una distribución exponencial; esto implica que:

$$f(t_i,\lambda) = \lambda e^{-\lambda t_i} \qquad (36)$$

$$C(tc_j,\lambda) = e^{-\lambda tc_j} \qquad (37)$$

Las referencias [2],[4],[8],[10],[12] ofrecen amplia y detallada información sobre las ecuaciones (34), (35), (36) y (37)

Reemplazando (36) y (37) en (35); tenemos:

$$L(t|\lambda\rangle = \left(\prod_{i=1}^{r} \lambda e^{-\lambda * ti}\right).\left(\prod_{j=1}^{N-r} e^{-\lambda * tcj}\right)$$

$$L(t|\lambda\rangle = \lambda^r e^{-\lambda\left(\sum_{i=1}^{r} t_i + \sum_{j=1}^{N-r} tc_j\right)}$$

$$L(t|\lambda\rangle = \lambda^r e^{-\lambda T} \qquad (38)$$

Donde T es el tiempo total de operación acumulado por la población de equipos; dado por la ecuación (34).

En conclusión; a ecuación (38); es la función de verosimilitud para una muestra de tiempos de falla y tiempos censados que siguen la distribución exponencial. ***Vale la pena destacar que la ecuación (38) tiene la forma matemática de una distribución de probabilidad de Poisson.***

2.2.3.3. Determinación de la distribución posterior o distribución actualizada de la tasa de fallas "f(λ/t)"

La distribución posterior o distribución actualizada de la tasa de fallas *"f(λ/t)"*; representa el conocimiento actualizado; y la misma resulta de combinar; mediante la ecuación (2), la información previa representada por la distribución *"g(λ)"* (ecuaciones (14), (20) o (22) dependiendo de la fuente); con la evidencia representada por la función de verosimilitud "*L(t/λ)*" (ecuación 38). Este conocimiento resultante sobre la tasa de fallas es

mucho mas robusto que el conocimiento previo o la experiencia tomados por separado y de manera excluyente.

Como puede inferirse; combinar *"g(λ)" y "L(t/λ)";* en la ecuación (2); y resolver esta ultima para obtener *"f(λ/t);* puede resultar bastante complicado y en la mayoría de los casos ni siquiera existe una solución analítica; por lo que debe recurrirse a una solución numérica. Las referencias [2],[3],[4],[5] ofrecen amplia información sobre estas soluciones analíticas y numéricas. En el anexo 1 se muestra una tabla que resume las diversas posibles combinaciones de *"g(λ)" y "L(t/λ)"* para las diversas fuentes de información previa y especifica para cada caso el tipo de distribución resultante *"f(λ/t)"* y sus principales características.

El primer caso tratado en la tabla del anexo 1 refiere a OREDA como fuente de información previa sobre la tasa de fallas. En este banco de datos; la distribución previa de la tasa de fallas *"g(λ)"* corresponde a una distribución GAMMA; que se combina en la ecuación 2 con la evidencia representada con la función verosimilitud que toma la forma de una distribución de POISSON. *"L(t/λ)".* Este caso particular es el único de los casos mencionados en el anexo 1; que tiene una solución analítica.

Al resolver la ecuación 2 para éste caso; la distribución resultante (distribución posterior o actualizada de la tasa de fallas *"f(λ/t)")* toma la forma de una distribución GAMMA; que se expresa en la siguiente ecuación:

$$f(\lambda/t)=\frac{\left(\left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}^{2}}\right)+T\right)^{\left(r+\left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}}\right)^{2}\right)}\lambda^{\left(r+\left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}}\right)^{2}-1\right)}}{\Gamma\left(r+\left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}}\right)^{2}\right)}e^{-\left(\left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}^{2}}\right)+T\right).\lambda}$$

(39)

Como puede observarse al detallar la ecuación (39); la tasa de fallas actualizada es función de:

- $\mu\lambda_{GENÉRICA}$: *Media de la tasa de fallas de OREDA*
- $\sigma\lambda_{GENÉRICA}$: *Desviación Estandar de la tasa de fallas de OREDA*
- *r: No de fallas observadas en los equipos que conforman la evidencia*
- $T=\sum_{i=1}^{r}t_i+\sum_{j=1}^{N-r}tc_j$ *tiempo acumulado en operación de los equipos que conforman la muestra o evidencia*

Adicionalmente; a partir de la ecuación (39); se pueden deducir las ecuaciones de la media de la tasa de fallas actualizada $\mu\lambda_{ACTUALIZADA}$ y la desviación estandar de la misma $\sigma\lambda_{ACTUALIZADA}$.

Ambas expresiones se muestran a continuación:

$$\mu\lambda_{ACTUALIZADA}=\frac{r+\left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}}\right)^{2}}{\left[\sum_{i=1}^{r}t_j+\sum_{j=1}^{N-r}tc_j\right]+\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}^{2}}} \qquad (40)$$

$$\sigma\lambda_{ACTUALIZADA}=\frac{\sqrt{r+\left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}}\right)^{2}}}{\left[\sum_{i=1}^{r}t_j+\sum_{j=1}^{N-r}tc_j\right]+\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}^{2}}} \qquad (41)$$

Usualmente; se utiliza la media de la tasa de fallas actualizada $\mu\lambda_{ACTUALIZADA}$ como valor representativo de la información mejorada. En el anexo 2; puede verse un ejemplo de actualización de la información de la tasa de fallas utilizando las ecuaciones (39), (40) y (41).

Todos los demás casos tratados en la tabla del anexo 1 requieren soluciones numéricas. En el anexo 3; se muestra el procedimiento para resolver numéricamente la ecuación 2; y en el anexo 4; se muestra un ejemplo de solución de un caso que se corresponde con el último caso mostrado en la tabla del anexo 1; es decir; información previa proveniente de la opinión de expertos; con la que se construye una distribución previa de la tasa de fallas *"g(λ)"* corresponde a una distribución LOGNORMAL; y evidencia representada por con la función verosimilitud que toma la forma de una distribución de POISSON. *"L(t/λ)".*

Conclusiones:

- El Teorema de Bayes es el vehículo matemático por excelencia para apoyarnos en la estimación de tasas de falla; en aquellos casos en que nuestra evidencia es escasa; debido a que nos permite combinar esta información, con información sobre tasas de falla proveniente de reconocidos bancos de información como OREDA; PARLOC, WELL MASTER; entre otros; o con la opinión de expertos; facilitando la obtención de estimados de la tasa de falla mas robustos y cercanos a la realidad

- La correcta aplicación del Teorema para la actualización de tasas de falla; depende en gran medida del cuidadoso tratamiento de la evidencia, el análisis de los formatos de presentación de la información registrada en los bancos de datos genéricos y el adecuado tratamiento de la opinión de expertos.

ANEXO 1: Tabla de Combinaciones diversas de $g(\lambda)$ y $L(t/\lambda)$

Información Previa				Evidencia			Información Actualizada		
Fuente de Información Previa		**Distribución Previa $g(\lambda)$**	**Formato de Presentación de la información**	**Fuente de Evidencia**	**Funcion de Verosimilitud $L(t/\lambda)$**	**Formato de Presentación de la información**	**Distribución Posterior $f(\lambda/t)$**	**Media de $f(\lambda/t)$ m_λ actualizada**	**Desviación de $f(\lambda/t)$ s_λ actualizada**
Bases de Datos Genéricos	OREDA	Gamma (Ec. 22)	m_λ, s_λ, λ_{MIN}, λ_{MAX}	Datos de Falla y Datos Censados propios	Poisson (Ec. 38)	r= Número de fallas observado T= Tiempo total en operación (Ec. 34)	Gamma (Ec. 39)	Ecuación (40)	Ecuación (41)
	PARLOC	LogNormal (Ec 20)	λ_{MIN}, λ_{MEDIO}, λ_{MAX}	Datos de Falla y Datos Censados propios	Poisson (Ec. 38)	r= Número de fallas observado T= Tiempo total en operación (Ec. 34)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)
	WELL MASTER	LogNormal (Ec 14)	λ_{MIN}, λ_{MAX}	Datos de Falla y Datos Censados propios	Poisson (Ec. 38)	r= Número de fallas observado T= Tiempo total en operación (Ec. 34)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)
	IEEE	LogNormal (Ec 14)	λ_{MIN}, λ_{MAX}	Datos de Falla y Datos Censados propios	Poisson (Ec. 38)	r= Número de fallas observado T= Tiempo total en operación (Ec. 34)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)
	SINTEF	LogNormal (Ec 14)	λ_{MIN}, λ_{MAX}	Datos de Falla y Datos Censados propios	Poisson (Ec. 38)	r= Número de fallas observado T= Tiempo total en operación (Ec. 34)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)
Otras fuentes	OPINION DE EXPERTOS	LogNormal (Ec 20)	λ_{MIN}, λ_{MEDIO}, λ_{MAX}	Datos de Falla y Datos Censados propios	Poisson (Ec. 38)	r= Número de fallas observado T= Tiempo total en operación (Ec. 34)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)	Solución Numérica (Ver Anexos 3 y 4)

ANEXO 2: Ejemplo de Actualización de Tasa de Fallas

El personal de ingeniería de la empresa R^2M requiere instalar en nuevo intercambiador de calor (Fin Fan Cooler), en una de sus principales plantas de procesos. Para ello requiere realizar un análisis de la confiabilidad y disponibilidad del nuevo equipo, para asegurar la disponibilidad total del proceso. El equipo de ingenieros cuenta con la siguiente información: datos genéricos y alguna evidencia.

Evidencia

Como evidencia se tienen tiempos de operación hasta la falla (Datos fallados) y tiempo de operación de equipos que no han fallado (Datos censados), provenientes de los registros históricos de falla de equipos operando bajo similares condiciones.

Tabla 2. Información de Evidencia

	Tiempo de Operación hasta la falla (failure data)	**Tiempo de Operación de Equipos que no han fallado (Censored data)**
	65700	120000
	75300	
	75300	
	75300	
	45000	
	43200	
Total (hrs)	**379800**	**120000**

Información Genérica (OREDA 2002)

La tabla 3 presenta la información sobre Intercambiadores de calor (Fin Fan Cooler) que se encuentra en la fuente de información genérica (Pág 380. Oreda 2002).

OREDA contiene información sobre modos de fallas críticos, por degradación e incipientes. Como se observa en la tabla 2, de izquierda a derecha se presentan en columnas lo siguiente: modo de falla, codificación según la norma ISO 14224, número de fallas analizadas, tasa de falla (número de fallas por cada millón de hora en * tiempo calendario ó +tiempo en operación), tiempo de la actividad y tiempo de reparación (horas/hombre).

Es importante resaltar; tal como se indica en la tabla 1; sección 2.2.3.1.2.1.2. que el OREDA presenta la tasa de falla en forma distribuida, a través de una distribución gamma, note que presenta los siguientes parámetros estadísticos: valor mínimo (Percentil 5), valor medio o esperado (media), valor máximo (Percentil 95), desviación estándar

Tabla 3. Intercambiador de Calor (Fin Fan –OREDA 2002)

3.1.1 ***OREDA - 2002*** Pagina 380	Equipo:	**Heat exchanger Fin fan**									
		Tiempo Agregado en Servicio (106 horas)						No de Demandas			
		Tiempo Calendario* 0.6134			Tiempo en Operación+ 0.2921						
Modo de Falla		No de Falla	Rata de Falla (106 horas)					Actividad	Reparacion (hr/H)		
			Inferior	Medio	Superior	DS	n/t	Rep. hrs	Min	Media	Max
Critica		**6***	**0.88**	**8.56**	**22.96**	**7.34**	**9.78**				
		6†	**3.63**	**20.52**	**48.72**	**14.53**	**20.54**	**4.2**	**2**	**7**	**14**
External leakage process medium	ELP	1*	0.05	1.56	4.73	1.63	1.63				
	ELPC	1†	0.17	3.42	10.25	3.42	3.42	3.0	6.0	6.0	6.0
Insufficient heat transfer	IHT	2*	0.41	3.09	7.88	2.45	3.26				
	IHTC	2†	1.21	6.84	16.24	4.84	6.85	5.0	4.0	8.0	12.0
Minor in-service problems	SER	1*	0.05	1.56	4.73	1.63	1.63				
	SERC	1†	0.17	3.42	10.25	3.42	3.42	2.0	2.0	2.0	2.0
Other	OTH	1*	0.05	1.56	4.73	1.63	1.63				
	OTHC	1†	0.17	3.42	10.25	3.42	3.42	6.0	14.0	14.0	14.0
Parameter deviation	PDE	1*	0.05	1.56	4.73	1.63	1.63				
	PDEC	1†	0.17	3.42	10.25	3.42	3.42	4.0	4.0	4.0	4.0
Degraded		**48***	**5.17**	**54.120**	**147.610**	**47.560**	**78.250**				
		48†	**28.39**	**162.930**	**388.550**	**116.220**	**164.310**	**4.1**	**1**	**4.5**	**17**
Insufficient heat transfer	IHT	26*	10.49	35.10	71.50	19.24	42.39				
	IHTD	26†	15.56	88.59	210.79	62.95	89.00	3.8	1.0	4.3	9.0
Minor in-service problems	SER	11*	1.16	14.56	41.10	13.45	17.93				
	SERD	11†	6.64	37.58	89.28	26.63	37.65	3.0	1.0	3.0	6.0
Other	OTH	9*	1.08	12.24	33.90	11.00	14.67				
	OTHD	9†	5.44	30.76	73.06	21.79	30.81	5.9	3.0	6.5	17.0
Parameter deviation	PDE	2*	0.41	3.09	7.88	2.45	3.26				
	PDED	2†	1.21	6.84	16.24	4.84	6.85	6.8	5.0	6.5	8.0
Incipiente		**45***	**5.43**	**51.530**	**137.530**	**43.800**	**73.360**				
		45†	**26.66**	**152.820**	**364.340**	**108.960**	**154.040**	**4**	**1**	**4.7**	**24**
Abnormal instrument reading	AIR	10*	1.12	13.41	37.51	12.23	16.30				
	AIRI	10†	6.04	34.17	81.17	24.21	34.23	3.5	1.0	4.9	24.0
Insufficient heat transfer	IHT	1*	0.05	1.56	4.73	1.63	1.63				
	IHTI	1†	0.17	3.42	10.25	3.42	3.42		4.0	4.0	4.0
Minor in-service problems	SER	23*	12.38	32.51	60.39	14.97	37.50				
	SERI	23†	13.79	78.41	186.51	55.69	78.73	3.7	1.0	3.8	14.0
Other	OTH	6*	0.88	8.56	22.96	7.34	9.78				
	OTHI	6†	3.63	20.52	48.72	14.53	20.54	3.7	2.0	3.7	4.0
Parameter deviation	PDE	5*	0.79	7.26	19.26	6.11	8.15				
	PDEI	5†	3.03	17.10	40.60	12.11	17.12	6.4	5.0	10.2	14.0
Todos los modos	**More**	**99***	**1.59**	**98.210**	**308.950**	**110.520**	**161.400**				
	Darc	**99†**	**56.96**	**333.110**	**798.540**	**239.710**	**338.880**	**4.1**	**1**	**4.7**	**24**

Procedimiento:

PASO 1

Tal como se indico en la sección 2.2.3.1.2.1.3; el primer paso en la actualización consiste en definir los modos de falla que aplican, en función del contexto operacional. Supongamos para el ejemplo, que de acuerdo a resultados de estudios previos (IBR, MCC) y la experiencia de un grupo de expertos los modos de falla que aplican son:

λ_1: External leakage process médium (Ver tabla 3)

(Media: 3.42 fallas/10^6 horas, Desviación Estándar: 3.42 fallas/10^6 horas)

λ_2: Insufficient heat transfer (Ver tabla 3)

(Media: 6.84 fallas/10^6 horas, Desviación Estándar: 4.84 fallas/10^6 horas)

λ_3: Minor in-service problems (Ver tabla 3)

(Media: 3.42 fallas/10^6 horas, Desviación Estándar: 3.42 fallas/10^6 horas)

PASO 2

El segundo paso consiste en calcula la tasa de falla genérica equivalente considerando solo los modos de falla que apliquen, aplicando la ecuación (30) que para el caso que nos ocupa queda como sigue:

$$\lambda_{OREDA} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$$

Es importante recordar que la tasa de falla en Oreda viene expresada a través de una distribución gamma, por ello es necesario recurrir al uso de las ecuaciones (31) y (32) para calcular la media y la desviación estándar equivalente (Método de los Momentos).

Media Oreda $\mu_{OREDA} = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3$

Desviación Estándar $\sigma_{OREDA} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}$

Para el ejemplo

$$\mu_{OREDA} = 0.00000342 + 0.00000684 + 0.00000342 = 0.00001368 \ \ (fallas/hr)$$
$$\sigma_{OREDA} = \sqrt{(0.00000342)^2 + (0.00000484)^2 + (0.00000342)^2} = 0.00000684 \ (fallas/hr)$$

PASO 3

Trabajar la evidencia calculando el No de fallas observadas en la población de equipos “r” y el tiempo acumulado en operación de la población de equipos “T” .

Analizando la tabla 2, de la evidencia; tenemos:

r=6

$$T = \sum_{i=1}^{r} t_i + \sum_{j=1}^{N-r} tc_j = 379800 + 120000 = 499800hrs$$

Calcular la media de la distribución posterior de la tasa de fallas; a la que llamaremos “tasa de falla actualizada” haciendo uso de la ecuación (40):

$$\mu\lambda_{mejorada} = \frac{r + \left(\frac{(\mu_{OREDA})^2}{(\sigma_{OREDA})^2} \right)}{\left[\sum_{i=1}^{t} t_i + \sum_{j=1}^{N-r} t_{cj} \right] + \frac{\mu_{OREDA}}{(\sigma_{OREDA})^2}}$$

$$\mu\lambda_{mejorada} = \frac{6 + \left(\frac{(0.00001368)^2}{(0.00000684)^2} \right)}{[499800] + \frac{0.00001368}{(0.00000684)^2}} = 0.0000126228 \ fallas/hr$$

Tasa de fallas actualizada: $\mu\lambda_{ACTUALIZADA}$ ***= 0.0000126228 fallas/hr***

Para calcular el tiempo promedio entre fallas, utilizamos la siguiente ecuación, asumiendo que el tiempo para la falla es representado a través de una distribución exponencial.

$$TPEF = \frac{1}{\lambda_{mejorada}} = \frac{1}{0.0000126228} = 79221 \text{ horas}$$

Esto nos indica que el equipo fallará en promedio cada 79221 horas.

La figura 4; muestra la distribución previa g(λ) y la distribución actualizada f(λ/t). En la misma puede observarse que el conocimiento actualizado sobre la tasa de fallas f(λ/t) es menos disperso que el conocimiento previo g(λ); y de los resultados puede notarse; que el valor esperado de la tasa de fallas se reduce de 1.36x10^{-5} fallas/hr a 1.26 x10^{-5} fallas/hr al mezclarse con la evidencia

$$g(\lambda) = \frac{\left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}^2}\right)^{\left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}}\right)^2} \lambda^{\left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}}\right)^2 - 1}}{\Gamma\left(\left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}}\right)^2\right)} e^{-\left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}^2}\right).\lambda}$$

$$f(\lambda/t) = \frac{\left(\left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}^2}\right) + T\right)^{\left(r + \left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}}\right)^2\right)} \lambda^{\left(r + \left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}}\right)^2 - 1\right)}}{\Gamma\left(r + \left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}}\right)^2\right)} e^{-\left(\left(\frac{\mu\lambda_{GENÉRICA}}{\sigma\lambda_{GENÉRICA}^2}\right) + T\right).\lambda}$$

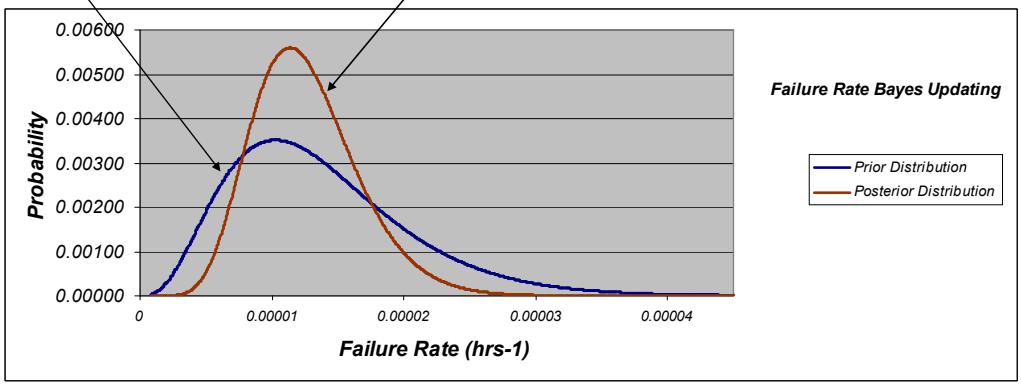


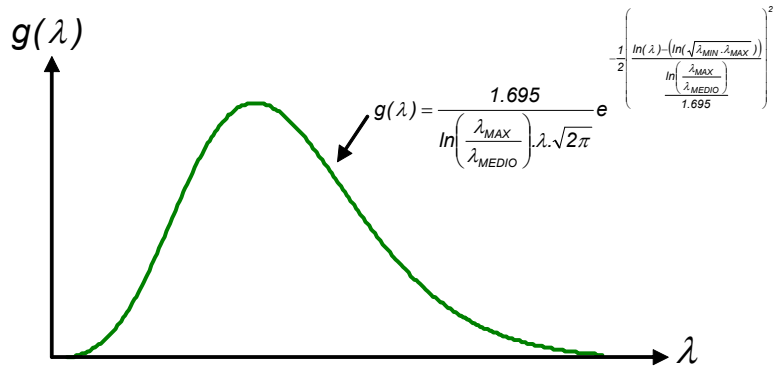
Figura 4: *Distribución Previa (Prior Distribution) y Distribución Posterior o Actualizada (Posterior Distribution) de la Tasa de Fallas*

ANEXO 3: Actualización de la Tasa de Fallas Mediante Solución Numérica del Teorema de Bayes

Según la tabla del anexo 1; con excepción del primer caso tratado; todos los demás implican combinar mediante la ecuación (2) una distribución LOGNORMAL como distribución previa (ecuaciones (14) y (20)); y una distribución POISSON (ecuación (38)) como función de verosimilitud. La combinación de estas ecuaciones en la ecuación (2) no permite lograr soluciones analíticas; y se requieren métodos numéricos para obtener una solución. A continuación se describen los pasos requeridos:

PASO 1:

Construir la distribución previa "*g(λ)*" de la tasa de fallas (distribución Lognormal) ; a partir de la información suministrada por las bases de datos genéricas; *[λ_{MIN} ,λ_{MEDIO} ,λ_{MAX}];* siguiendo los pasos indicados en la sección *2.2.3.1.1.2.*



$$g(\lambda) = \frac{1.695}{ln\left(\frac{\lambda_{MAX}}{\lambda_{MEDIO}}\right).\lambda.\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{ln(\lambda) - \left(ln\left(\sqrt{\lambda_{MIN}.\lambda_{MAX}}\right)\right)}{\frac{ln\left(\frac{\lambda_{MAX}}{\lambda_{MEDIO}}\right)}{1.695}}\right)^2}$$

Figura 5: *Distribución Previa (Prior Distribution) - Distribución Lognormal*

PASO 2:

Dividir la distribución previa "*g(λ)*" en *"n"* intervalos; tal como se muestra en la figura 6. En la medida en que el número de divisiones *"n"* sea mayor; el resultado de los cálculos será mas exacto.

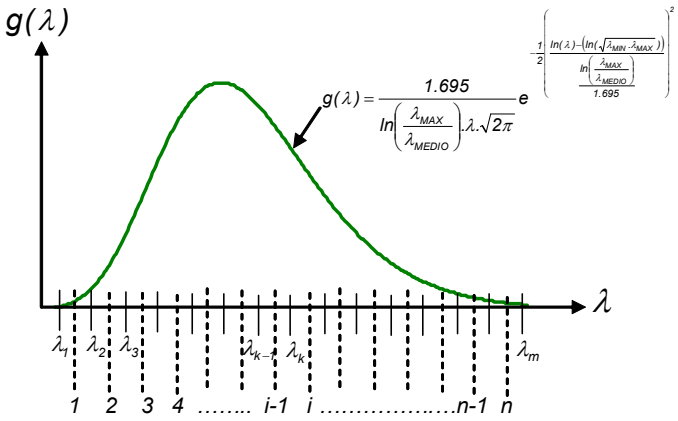


Figura 6: *Distribución Previa (Prior Distribution) dividida en "n" intervalos*

PASO 3:

Para los "n" intervalos; calcular los puntos medios λ_i^* ; utilizando el concepto de "media geométrica"; con la siguiente ecuación:

$$\lambda_i^* = \sqrt{\lambda_{k+1} * \lambda_k} \qquad (42)$$

("*i"* variando de *1* hasta "*n"* *y "k" variando de 1 hasta m=n+1*)

En la figura 7 se muestra ya la distribución previa dividida en "n" intervalos y con los "n" valores medios λ_i^*

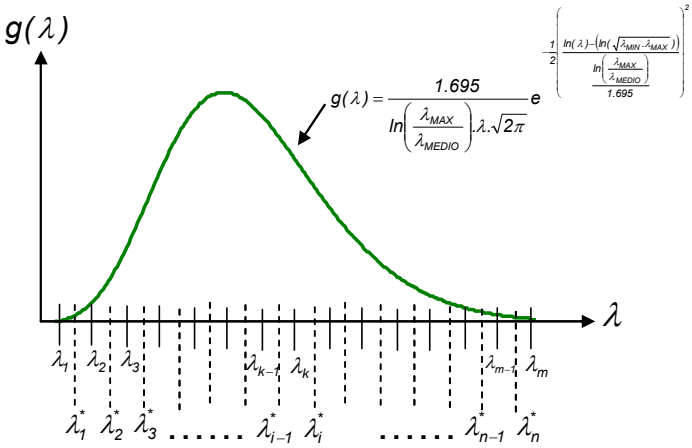


Figura 7: *Distribución Previa (Prior Distribution) dividida en "n" intervalos y con los puntos medios de intervalo identificados*

PASO 4:

Para cada λ_i^*; calcular la probabilidad "p_i " (probabilidad previa); correspondiente a cada intervalo *"i"* utilizando la siguiente ecuación

$$p_i = \int_k^{k+1} g(\lambda)d\lambda = \left(G(\lambda_{k+1}) - G(\lambda_k)\right) \qquad (43)$$

("*i"* variando de *1* hasta "*n"* *y "k" variando de 1 hasta m=n+1*)

Donde:

- $G(\lambda_{k+1})$ = Distribución Previa acumulada (Lognormal acumulada); evaluada en λ_{k+1}
- $G(\lambda_k)$ = Distribución Previa acumulada (Lognormal acumulada); evaluada en λ_k

PASO 5:

Para cada λ_i^*; calcular el valor de la función verosimilitud $L(t/\lambda_i^*)$; utilizando la siguiente ecuación:

$$L(t/\lambda_i^*) = \left(\lambda_i^*\right)^r e^{-\lambda T} \qquad (44) \qquad (\text{“}i\text{” variando de } 1 \text{ hasta “}n\text{”})$$

PASO 6:

Con base en los resultados obtenidos en los pasos anteriores, calcular el siguiente término:

$$W = \sum_{i=1}^{n}\left(p_i x L(t/\lambda_i^*)\right) = \sum_{i=1}^{n}\left(\left(\left(G(\lambda_{k+1}) - G(\lambda_k)\right)\right) x \left(\left(\lambda_i^*\right)^r e^{-(\lambda_i^*)T}\right)\right) \qquad (45)$$

(“*i*” variando de *1* hasta “*n*” *y “k” variando de 1 hasta m=n+1*)

PASO 7:

Para cada λ_i^*; calcular la probabilidad “p_{POST_i}“ (probabilidad posterior); correspondiente a cada intervalo *“i”* utilizando la siguiente ecuación:

$$p_{POST_i} = \frac{p_i x L(t/\lambda_i^*)}{W} = \frac{p_i x \left(\left(\lambda_i^*\right)^r e^{-(\lambda_i^*)T}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(\left(G(\lambda_{k+1}) - G(\lambda_k)\right)\right) x \left(\left(\lambda_i^*\right)^r e^{-(\lambda_i^*)T}\right)\right)} \qquad (46)$$

(“*i*” variando de *1* hasta “*n*” *y “k” variando de 1 hasta m=n+1*)

PASO 8:

Graficar los en el eje horizontal los “n” valores λ_i^* calculados en el paso 3; y en el eje vertical una serie con los “n” valores de la probabilidad previa “p_i” calculados en el paso 4 y otra serie con los “n” valores de probabilidad posterior o actualizada “p_{POST_i}” calculados en el paso 7. La figura 8 muestra un ejemplo del mencionado grafico y en el mismo pueden distinguirse claramente la distribución previa y la distribución posterior de la tasa de fallas.

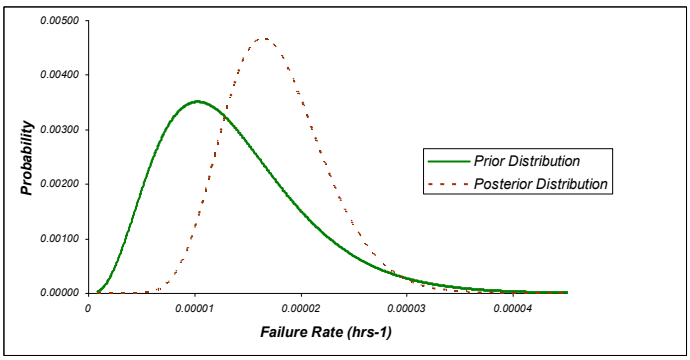


Figura 8: *Distribución Previa (Prior Distribution) y Distribución Posterior (Posterior Distribution)*

PASO 9:

Calcular el valor esperado o media de la tasa de fallas actualizada y la desviación estándar de la misma; utilizando las siguientes ecuaciones:

Valor Esperado de la Tasa de Fallas Actualizada : $$\mu\lambda_{ACTUALIZADA} = \sum_{i=1}^{n}\left(p_{POST_i} x \lambda_i^*\right) \quad (47)$$

Desviación Estándar de la Tasa de Fallas Actualizada : $$\sigma\lambda_{ACTUALIZADA} = \sum_{i=1}^{n}\left(p_{POST_i} x \left(\lambda_i^* - \mu\lambda_{ACTUALIZADA}\right)^2\right) \quad (48)$$

("*i*" variando de *1* hasta "*n*" *y "k" variando de 1 hasta m=n+1*)

ANEXO 4: ***Ejemplo de Actualización de la Tasa de Fallas Mediante Solución Numérica del Teorema de Bayes***

La amplia experiencia de un veterano ingeniero de petróleo que ha trabajado produciendo crudo extraído mediante la utilización de bombas electrosumergibles, le permite asegurar que el mínimo valor esperado de la tasa de fallas para una población de bombas es de 0.005 años^{-1} y que el máximo valor es de 0.05 años^{-1}.

Adicionalmente; de un campo nuevo de producción; que tiene 2 años en operación hasta la fecha; y en el cual se están operando 25 Bombas electrosumergibles; nos ha permitido recolectar la siguiente información:

- Dos de las bombas han fallado; la primera opero durante un año hasta la falla; y luego fallo; cerrándose el pozo. La segunda opero 1.75 años y luego fallo; cerrándose también el pozo.
- Las otras 23 bombas han operado sin fallas hasta la fecha.

El análisis de la información anterior nos revela lo siguiente:

Información Previa: tenemos la "opinión de un experto"; expresada en el siguiente rango

$\lambda_{MIN} = 0.005$ *años-1*

$\lambda_{MAX} = 0.05$ *años -1*

Evidencia: *tenemos 2 fallas (dos datos de falla) y 23 bombas que no han fallado en 2 años es decir; 23 datos censados*

$T = \sum_{i=1}^{r} t_i + \sum_{j=1}^{N-r} tc_j = (1+1.75)+(23*2) = 48.75$ años ; *r= 2 fallas*

Para hacer los cálculos de actualización de la tasa de fallas de las bombas; seguiremos los pasos descritos en el anexo 3:

PASO 1:

Construir la distribución previa "*g(λ)*" de la tasa de fallas (distribución Lognormal). Siguiendo el procedimiento descrito en la sección 2.2.3.1.1

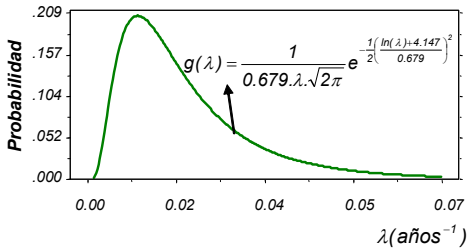


Figura 9: *Distribución previa g(1) de la tasa de fallas para Bombas Electrosumergibles.*

PASO 2 al PASO 7:

Los pasos del 2 al 7; se resumen a continuación:

En primer lugar; una vez definida la ecuación de la distribución lognormal en el paso anterior; se hallaron los percentiles extremos:

$$\lambda_{0.1\%} = 0.00182 \qquad \lambda_{99.9\%} = 0.13748$$

Tomando ambos percentiles como los extremos de la distribución; la misma se dividió en 50 intervalos iguales

- *No Divisiones o intervalos: 50*
- *Rango entre los extremos =* $\lambda_m - \lambda_1 = 0.1379 - 0.00182 = 0.13566$
- *Ancho de cada División: 0.0027133*

La tabla 4; elaborada en Excel; resume las operaciones matemáticas indicadas en los pasos del 2 al 7

Tabla 4. Solución Numérica Actualización Tasa de Fallas Bombas Electrosumergibles

Intervalos	λ_k	λ_i^*	p_i	$L(t/\lambda_i^*)$	$p_i x L(t/\lambda_i^*)$	$\sum_{i=1}^{n}(p_i x L(t/\lambda_i^*))$	p_{POST_i}	$p_{POST_i} x \lambda_i^*$	$p_{POST_i} x(\lambda_i^* - \mu\lambda_{ACTUALIZAD\ A})^2$
	0.0018184010					0.00011827			
1	0.0045317015	0.002870619	0.03608918133	7.16431E-06	2.58554E-07		0.002186135	6.27556E-06	1.18957E-06
2	0.0072450020	0.005729938	0.09531789825	2.48306E-05	2.3668E-06		0.020011804	0.000114666	8.38336E-06
3	0.0099583024	0.008493993	0.12203324359	4.76859E-05	5.81927E-06		0.049203248	0.000417932	1.5421E-05
4	0.0126716029	0.011233328	0.12144878976	7.29771E-05	8.86298E-06		0.07493851	0.000841809	1.67807E-05
5	0.0153849034	0.013962499	0.10852837082	9.86994E-05	1.07117E-05		0.090569711	0.00126458	1.35578E-05
6	0.0180982038	0.016686495	0.09210671231	0.000123437	1.13694E-05		0.096130866	0.001604087	8.6959E-06
7	0.0208115043	0.019407495	0.07617096067	0.000146233	1.11387E-05		0.094180523	0.001827808	4.3421E-06
8	0.0235248048	0.022126603	0.06218866107	0.000166482	1.03533E-05		0.087539658	0.001936955	1.45072E-06
9	0.0262381052	0.024844442	0.05048400332	0.000183847	9.28131E-06		0.078475615	0.001949683	1.43668E-07
10	0.0289514057	0.027561387	0.04091563992	0.000198188	8.10897E-06		0.068563213	0.001889697	1.27542E-07
11	0.0316647061	0.030277677	0.03318653751	0.000209513	6.953E-06		0.058789238	0.001780002	9.78719E-07
12	0.0343780066	0.032993476	0.02697708137	0.000217933	5.8792E-06		0.049709957	0.001640104	2.29588E-06
13	0.0370913071	0.035708895	0.02199678911	0.00022363	4.91913E-06		0.041592395	0.001485218	3.76273E-06
14	0.0398046075	0.038424015	0.01799988723	0.000226829	4.08289E-06		0.034521762	0.001326465	5.16059E-06
15	0.0425179080	0.041138895	0.01478573057	0.000227782	3.36792E-06		0.028476504	0.001171492	6.35725E-06
16	0.0452312085	0.043853579	0.01219358887	0.000226751	2.7649E-06		0.023377893	0.001025204	7.28777E-06
17	0.0479445089	0.046568102	0.01009598191	0.000223998	2.26148E-06		0.019121321	0.000890444	7.93462E-06
18	0.0506578094	0.04928249	0.00839228098	0.000219778	1.84444E-06		0.015595127	0.000768567	8.31091E-06
19	0.0533711099	0.051996764	0.00700317894	0.000214331	1.501E-06		0.012691275	0.000659905	8.44735E-06
20	0.0560844103	0.054710942	0.00586614692	0.000207882	1.21946E-06		0.010310851	0.000564116	8.3829E-06
21	0.0587977108	0.057425038	0.00493180113	0.000200636	9.89495E-07		0.008366405	0.000480441	8.15858E-06
22	0.0615110113	0.060139061	0.00416104096	0.000192778	8.02158E-07		0.006782427	0.000407889	7.81356E-06
23	0.0642243117	0.062853022	0.00352281294	0.000184475	6.4987E-07		0.005494804	0.000345365	7.38297E-06
24	0.0669376122	0.065566928	0.00299237083	0.000175872	5.26274E-07		0.004449763	0.000291757	6.89692E-06
25	0.0696509127	0.068280786	0.00254992363	0.000167096	4.26082E-07		0.003602621	0.00024599	6.38026E-06
26	0.0723642131	0.070994602	0.00217958467	0.000158257	3.44935E-07		0.002916502	0.000207056	5.85278E-06
27	0.0750775136	0.073708379	0.00186855360	0.000149448	2.79252E-07		0.002361139	0.000174036	5.32976E-06
28	0.0777908141	0.076422123	0.00160647819	0.000140747	2.26107E-07		0.00191179	0.000146103	4.82252E-06
29	0.0805041145	0.079135836	0.00138495505	0.000132219	1.83117E-07		0.001548299	0.000122526	4.33906E-06
30	0.0832174150	0.081849522	0.00119713787	0.000123916	1.48344E-07		0.001254283	0.000102662	3.8847E-06
31	0.0859307155	0.084563184	0.00103742886	0.000115879	1.20216E-07		0.001016452	8.59544E-05	3.4626E-06
32	0.0886440159	0.087276822	0.00090123513	0.00010814	9.74594E-08		0.000824041	7.19197E-05	3.07424E-06
33	0.0913573164	0.089990441	0.00078477537	0.000100723	7.90448E-08		0.000668342	6.01444E-05	2.71985E-06
34	0.0940706168	0.09270404	0.00068492613	9.36442E-05	6.41393E-08		0.000542313	5.02746E-05	2.39872E-06
35	0.0967839173	0.095417623	0.00059909902	8.69139E-05	5.207E-08		0.000440264	4.20089E-05	2.10949E-06
36	0.0994972178	0.09813119	0.00052514235	8.05369E-05	4.22933E-08		0.0003576	3.50917E-05	1.85038E-06
37	0.1022105182	0.100844743	0.00046126200	7.45137E-05	3.43703E-08		0.000290609	2.93064E-05	1.61934E-06
38	0.1049238187	0.103558283	0.00040595756	6.88412E-05	2.79466E-08		0.000236295	2.44703E-05	1.41415E-06
39	0.1076371192	0.10627181	0.00035797071	6.35133E-05	2.27359E-08		0.000192237	2.04294E-05	1.23261E-06
40	0.1103504196	0.108985326	0.00031624316	5.85214E-05	1.8507E-08		0.000156481	1.70541E-05	1.07249E-06
41	0.1130637201	0.111698832	0.00027988251	5.3855E-05	1.50731E-08		0.000127446	1.42356E-05	9.31693E-07
42	0.1157770206	0.114412327	0.00024813425	4.95022E-05	1.22832E-08		0.000103857	1.18825E-05	8.08202E-07
43	0.1184903210	0.117125814	0.00022035888	4.54501E-05	1.00153E-08		8.46818E-05	9.91843E-06	7.00146E-07
44	0.1212036215	0.119839292	0.00019601298	4.16848E-05	8.17077E-09		6.90857E-05	8.27919E-06	6.05798E-07
45	0.1239169220	0.122552763	0.00017463374	3.81924E-05	6.66968E-09		5.63937E-05	6.9112E-06	5.23578E-07
46	0.1266302224	0.125266226	0.00015582605	3.49582E-05	5.4474E-09		4.6059E-05	5.76964E-06	4.52052E-07
47	0.1293435229	0.127979682	0.00013925187	3.19679E-05	4.4516E-09		3.76393E-05	4.81706E-06	3.89928E-07
48	0.1320568234	0.130693132	0.00012462133	2.92072E-05	3.63984E-09		3.07756E-05	4.02217E-06	3.3605E-07
49	0.1347701238	0.133406576	0.00011168534	2.66618E-05	2.97773E-09		2.51774E-05	3.35883E-06	2.89384E-07
50	0.1374834243	0.136120014	0.00010022944	2.43182E-05	2.4374E-09		2.06087E-05	2.80526E-06	2.49015E-07

Paso 8: Graficar los en el eje horizontal los 50 valores λ_i^* (columna 3) y en el eje vertical una serie con los 50 valores de la probabilidad previa "p_i" (columna 4) y otra serie con los 50 valores de probabilidad posterior o

actualizada “ p_{POST_i} ” (columna 8). En la figura 10 pueden observarse las distribuciones previa y posterior de la tasa de fallas de las bombas electrosumergibles.

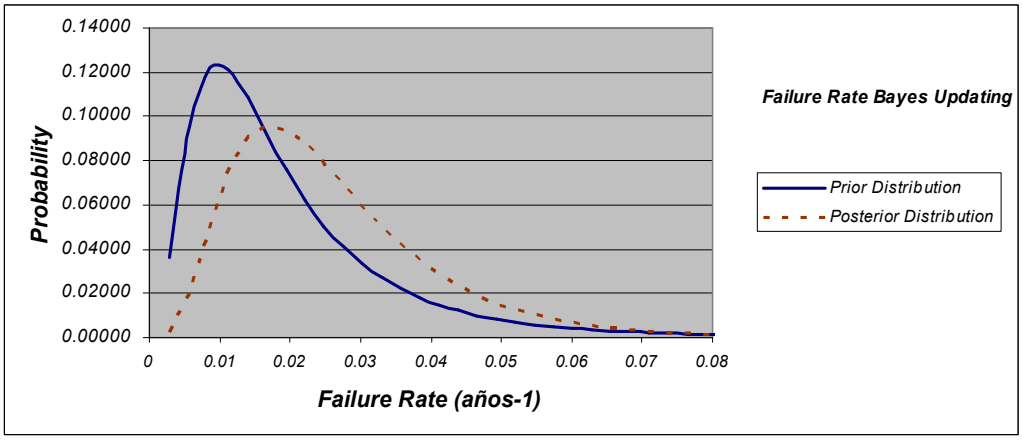


Figura 10: *Distribución Previa (Prior Distribution) y Distribución Posterior (Posterior Distribution) de la tasa d fallas para Bombas Electrosumergibles*

PASO 9:

Con los valores calculados en las columnas 9 y 10 de la tabla 4; podemos calcular la media y la desviación estándar de la distribución actualizada de la tasa de fallas; utilizando las ecuaciones (47) y (48) respectivamente

Valor Esperado de la Tasa de Fallas Actualizada :

$$\mu\lambda_{ACTUALIZADA} = \sum_{i=1}^{50}\left(p_{POST_i} x \lambda_i^*\right) = 0.02619 \quad \text{años -1}$$

Desv. Estándar de la Tasa de Fallas Actualizada :

$$\sigma\lambda_{ACTUALIZADA} = \sum_{i=1}^{50}\left(p_{POST_i} x \left(\lambda_i^* - \mu\lambda_{ACTUALIZADA}\right)^2\right) = 0.00021 \quad \text{años-1}$$

REFERENCIAS

1. NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods,http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/
2. Modarres, Mohammad; Kaminsky, Mark; Kritsov, Vasily. “Reliability Engineering And Risk Analysis”. Marcel Dekker, New York,1999.
3. Martz, H.F.;Walley, R.A. “Bayesian Reliability Analysis”, John Wiley and Sons, NY, 1982.
4. Meeker, William Q.; Escobar Luis A., “Statistical Methods For Reliability Data”. Jhon Wiley & Sons, New York, 1998.”
5. NASA, “Probabilistic Risk Assessment for NASA Managers and Practitioners”, Version 1.1, Agosto 2002
6. SINTEF- “Offshore Reliability Data Handbook” 4th Edition, (OREDA 2002)
7. Energy Institute - “Pipeline And Riser Loss Of Containment Database (PARLOC 2001), London 2003
8. Hoyland, A.; Rausand, M., “System Reliability Theory: Models and Statistical Methods”, John Wiley and Sons, NY, 1994.
9. Ascher, H.;Feingold, H., “Repairable Systems Reliability: Modeling and Inference, Misconception and Their Causes”, Marcel Dekker, NY,1984ASM Metals Handbook, 13, 624, ASM Metals Park, Ohio, 1981.
10. Yañez, Medardo – Gómez de la Vega, Hernando, Valbuena Genebelin, Ingeniería de Confiabilidad y Análisis Probabilístico de Riesgo – ISBN 980-12-0116-9 - Junio 2003
11. Yañez, Medardo - Joglar, Fancisco - Modarres Mohammad, Generalized Renewal Process for Analysis of Repairable Systems with Limited failure experience – Reliability Engineering and System Safety Analysis Journal – ELSVIER – USA 2002
12. Ebeling, Charles E. “An Introduction To Reliability And Maintainability Engineering”. McGraw Hill. New York, 1997.
13. Bilal M. Ayyub. “A Practical Guide on Conducting Expert-Opinion Elicitation of Probabilities and Consequences for Corps Facilities”- U.S. Army Corps of Engineers Institute for Water Resources - Alexandria, VA 22315-3868 -January 2001 IWR Report 01-R-01